



数学科 授業づくり講座

第3学年 平方根

宿毛中学校

宿毛市立宿毛中学校で行われた、教材研究会と授業研究会での授業づくりの様子を紹介し、第3学年の「平方根」の単元における**単元終了時に目指す生徒の姿**を明らかにした上で、どのような単元を構想し、本時の授業を創ったのかを提案しました。

教科目標の柱書「**数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する。**」に基づいた単元を創りました。



単元終了時にめざす生徒の姿に向かうために…

- Point 1** 数学的活動の「ア」「イ」「ウ」を意識した活動を、単元を通して意図的、計画的に設定することが大切です。
- Point 2** どの単元でも、生徒が主体的に問題解決に向かえるように、**観察や操作、実験**を通して「**問い**」を見いだす学習活動を位置付けることが大切です。
- Point 3** 働かせる「**主な見方・考え方**」を具体化し、生徒が学習対象のどこに着目して、**どのように考えるのかを明らかにして学習活動を組織することが大切です。**

単元終了時にめざす生徒の姿

- 図形の面積と辺の長さの関係や既習の計算方法と関連付けて、正の数の平方根の計算方法を見だし、簡単な式の計算ができる。
- 観察や操作、実験などの活動を通して見いだした数学的な問題を、数の平方根を用いて表現・処理して解決しようとし、解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。
- 新しい数として平方根を学んだことで、今まで扱うことができなかった量を考察の対象とすることができるよさや、数を用いて表現・処理する範囲が広がったことを実感している。

数学的活動	【4時間】	【7時間】	【3時間】
日常事象や数学の事象におけるこれまでの数では表すことのできない数量について、数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合う活動	新しく導入された数の概念や四則計算の方法を、既習の計算方法と関連付けて見だし統合的・発展的に考察したりする活動	数学の事象から問題を見だし、正の数の平方根を用いて問題を解決したり解決過程や結果を振り返って考察したりする活動	※ 解決は本時 具体的な場面での正の数の平方根は、どこにあるのだろうか？正の数の平方根を用いて問題を解決できないだろうか？
問い	今までの数で表すことのできない数量を考えると、どうすればいい？今までと何が違うの？	今までの数の計算と根号を含む数の計算では、何が違うのだろうか？	●A4やB5などのコピー用紙の短い辺と長い辺の長さの関係を見出し、短い辺と長い辺の長さの比が正方形の面積を利用して考える。(A2) ●カードの大きさを2倍にすると、縦と横の長さが何cmになるか考えたり、正方形の容器に水を入れ高さから体積を求めたり、正の数の平方根を日常生活の中で活用して問題を解決する。(2次方程式と関連)(B1) ●正方形の面積から、外側と内側の正方形の面積に着目し、直角三角形の3辺の間にどのような関係があるかを考える。(三平方の定理と関連)(B2)
観察や操作、実験	●100cm ² の正方形を2つに分けて、面積が半分になる正方形の1辺の長さを操作活動や三角形の合同条件から予想し、数を2乗することの逆演算の方法を用いて考える。(A2) ●2乗して50になる数が、どんな数になるか0.1だけ異なる数に着目して、同じような手続きを繰り返して、近似値を逐次近似的に求める。(B) ●2つの正方形の面積の大小関係に基づき、1辺の長さの大小関係を用いて判断し、平方根の大小関係を考える。(B) ●無理数と有理数の違いを考察し、今まで学習してきた数と、無理数や無理数という観点で数と分類してまとめる。(B2)	●面積が5cm ² の正方形を4つ並べてできる大きな正方形の1辺の長さを考えることを通じて正の数の平方根を含む加減の計算の仕方を考える。(A2) ●面積図や具体的な数の代入、近似値から、乗除の計算の仕方を予想したり見いだしたりする。(B) ●√243の近似値を捉えるために、既習事項の素因数分解を利用して、根号の中の数をできるだけ小さくする方法を見出し、根号をふくむ数を表す。(B) ●√2/√6の近似値を求めるときに、√6の値をそのまま代入して求める方法以外にないか考察し、分母の有理化してから求める場合と比較する。(B) ●√a + √b = √(a+b)と計算してよいか、面積図や具体的な数の代入、近似値や平方根の乗除の計算方法などから予想して考える。(B) ●平方根の加法、減法を既習事項であるabの形に実形したり、分母の有理化を用いた形で計算することを見出し、根号をふくむ式の計算方法をまとめる。(B2) ●根号をふくむ式のいろいろな計算をこれまでに学んだ計算の決まりを使って考える。(C)	

- 事象の中から見いだした数量を、図形の面積と辺の関係や数直線上における位置関係と関連付けて捉えている姿
- 根号の中の数や係数やその関係に着目し、既習の文字を用いた式の計算方法や図と関連付けて根号を含む数の計算を統合的・発展的に考えている姿
- 数の平方根を用いて解決した過程や得られた結果に着目し、条件変更して様々な事象に活用したりしている姿

参観の視点・協議の視点

- 視点①** 平方根の単元で働かせる見方・考え方をどのように捉えたらよいか
- 視点②** 単元の中で**生徒が平方根のよさを実感**できるようにするためにはどうすればよいか？

協議で
出された意見

- 数直線や面積図を用いて、新しい数の意味的理解をさせることが大切。
- 1章から面積図を用いることで、見方・考え方が豊かになる。
- 扱う数が有理数から無理数へと発展的に考察しているため、計算方法を図と関連付けながら統合していきたい。



- 平方根のよさを実感させるためには、問題解決に向かうための「**問い**」が大切。
- 平方根の単元だけでなく、二次方程式や三平方の定理の単元へとつなげる仕掛けをしておいて、1年間を通じて実感させていく。

【本時の目標】

事象における問題解決の場面において、数の平方根を用いて表したり処理したりすることができる。

【本時で働かせる数学的な見方・考え方】

長方形の短辺を1としたときの長辺の長さに着目し、正方形の面積と一辺の長さを関連付けて考える。

<授業者> 志村 太陽 教諭

本時の学習では、観察や操作、実験を通して生徒が主体的に「**問い**」を見だし、問題解決に向かう授業を目指すために、A版コピー用紙のルート四角形を題材としました。



観察や操作、実験を通して…

辺の長さの比
A3の半分がA4
同じで、拡大・縮小
拡大・縮小
A4の長方形に秘密が…

問

本当に√2倍といえるの？

Q 長方形の長辺は短辺の√2倍といえる？

DC=ECが
ECが√2と仮定したら…

授業のめあて

面積図を用いてECが√2であることを示す

まとめ

●実験や観察から√2の近似値を知ることができた

●正方形の面積と一辺の長さの関係から解決できた

対角線 EC を1辺とする正方形を作ってみると…平方根は正方形を使って考えたので…

授業研究会

コラム

「教科」とは先人先達が生み出してきた知恵や文化であり、我々はその知恵や文化を継承している。そしてそれを次の世代へ受け渡さないといけない。次代を担う子供たちのために、将来を見据え今までよりも優れた知恵にしていくことが求められる。

齊藤一弥先生より

参加者の声

- ルート長方形に着目させ、1:√2のおもしろさを伝えていく授業を考えていきたい。
- 数学の授業をする中で、その教材のおもしろさや背景を意識して授業をすることで、学ぶ必然性のある授業や問いができると感じた。

無理数を学ぶ“価値”とは

無理数を学ぶこととは「数の範囲の拡張」を学ぶことです。拡張とは『統合』という概念の一つなので、数の範囲を広げながら最後にはまとめることが大切になります。本単元では有理数から無理数に数の範囲を広げながら、四則演算の可能性に着目することで、実数という同じ仲間の数であるとまとめあげることです。つまり、『統合』することによって、今までできなかったことができるようになり、それがどの範囲までできるのかを考えるのが『発展』です。数学という学問は、先哲が『統合・発展』を繰り返しながら、数学という学問を広げ、体系化してきました。「数の範囲の拡張」を学ぶ機会だからこそ、その先哲の知恵や文化に触れるような機会として学習を組織することが大切です。

内容の“深い理解”と

数学的活動を推進するための“問い”

教科の本質には「内容」と「方法」があります。今回の「内容」とは無理数の働き、役割、よさ等の生きて働く意味的理解のことです。A版の紙サイズの仕組みを支えている背景に1:√2という関係があり、その関係の働きやよさを学習することで、無理数が実生活で活用されていることを実感させることができます。その「内容」を、生徒が自分事として学ぶためには、「方法」つまり数学的活動を適切に組織することが求められます。今回の授業では焦点化した問題、つまり「問うべき問い」を1:√2の意味的理解を図るための問いとして設定することが大切でした。教材の内容の深い理解から、数学的活動を推進するための「問うべき問い」が明らかになってきます。

一般的な長方形の長辺で半分に折っても縦・横が同じにならないが、A版のコピー用紙では縦・横が同じになる。

なぜA版のコピー用紙は長辺で半分に折っても、縦・横が一定なのか？

1:√2の価値へ



島根県立大学教授
高知県教育課程
推進専門官
齊藤一弥先生